

Mécanique du Point : P112. Contrôle Continu n° 1

Exercice 1 \mathcal{M}_1

Un point matériel M de masse m glisse *sans frottement* sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$. Il part du point A (sans vitesse initiale) et parcourt une distance $L = 100 \text{ m}$ avant d'arriver en B . A partir de là, il continue son trajet sur un plan horizontal qui soumet le point matériel à *une force de frottement* (coefficient de frottement $\mu = 0,3$) de telle sorte que le point matériel s'arrête en C . Le référentiel terrestre est supposé galiléen; le champ de pesanteur vaut $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ (fig.1).

Pendant le trajet AB , on repère le point M à l'aide de la variable $x_1(t) : \overline{AM} = x_1(t) \vec{i}$

Pendant le trajet BC , on repère le point M à l'aide de la variable $x_2(t) : \overline{BM} = x_2(t) \vec{u}$

- 1) En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique pour le point M sur le trajet AB , montrez que $\ddot{x}_1 = g \sin \alpha$. Trouver la vitesse $\dot{x}_1(t)$ et l'abscisse $x_1(t)$.
- 2) En déduire la durée T_1 du trajet AB .
- 3) En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique pour le point M sur le trajet BC , montrez que son accélération est donnée par $\ddot{x}_2 = -\mu g$.
- 4) Trouver la vitesse $\dot{x}_2(t)$ de M sur le trajet BC .
- 5) En déduire la durée T_2 du trajet BC .

Exercice 2 \mathcal{Q}_1

Un pendule est constitué d'une masse m accrochée au point M à un fil de masse négligeable et de longueur L . Le fil est repéré par rapport à la verticale par l'angle θ . Le mouvement s'effectue sans frottement. (fig.2)

- 1) Faire le bilan des forces.
- 2) Calculer les moments des forces par rapport au point O origine du repère fixe $R(Oxyz)$.
- 3) Calculer la vitesse du point M par rapport à R .
- 4) Calculer le moment cinétique de M au point O .
- 5) En utilisant le théorème du moment cinétique, établir l'équation différentielle en θ , du mouvement de M par rapport à R .

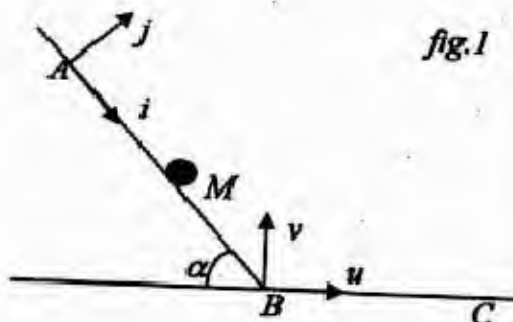


fig.1

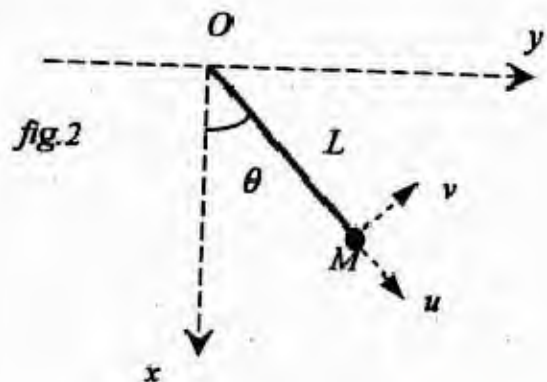


fig.2

Exercice no 1

1) Sur AB $\vec{R} + \vec{P} = m \vec{a}$ 0,5
 projection sur \vec{j} $R - mg \cos \alpha = 0$ 0,5
 projection sur \vec{i} $0 + mg \sin \alpha = m \ddot{x}_1$ 0,5

donc $\ddot{x}_1 = g \sin \alpha = \text{cte}$ 1

$$\dot{x}_1(t) = g \sin \alpha t + \dot{x}_{10} = 0$$

$$x_1(t) = g \sin \alpha \frac{t^2}{2}$$

2) $t^2 = \frac{2 x_1(t)}{g \sin \alpha} \Rightarrow T_1^2 = \frac{2 \times L}{g \sin \alpha}$

$$T_1 = \sqrt{\frac{2L}{g \sin \alpha}} = 6,39 \text{ s}$$

3) Sur BC $\vec{R} + \vec{P} = m \vec{a}$ 0,5

projection sur \vec{v} $R_N - P = 0 \Rightarrow R_N = mg$ 2,5

projection sur \vec{u} $-R_t = m \ddot{x}_2 \Rightarrow \ddot{x}_2 = -\frac{R_t}{m}$ 0,5

or $\mu = \frac{R_t}{R_N} \Rightarrow R_t = \mu R_N = \mu mg$ donc $\ddot{x}_2 = -\mu g$ 1

4) $\dot{x}_2(t) = -\mu g t + \dot{x}_{20}$ Pour trouver \dot{x}_2 à l'arrêt
 Calculer $\dot{x}_1(B)$

9. $\dot{x}_{20} = \dot{x}_1(B) = g \sin \alpha T_1 = g \sin \alpha \sqrt{\frac{2L}{g \sin \alpha}} = \sqrt{2Lg \sin \alpha} = 31,31 \text{ m/s}$

Donc $\dot{x}_2(t) = -\mu g t + \sqrt{2Lg \sin \alpha}$

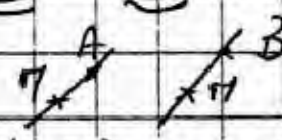
5) T_2 Temps pour arriver en C: vitesse nulle

11 $0 = -\mu g T_2 + \sqrt{2Lg \sin \alpha} \Rightarrow T_2 = \frac{\sqrt{2Lg \sin \alpha}}{\mu g} = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2L \sin \alpha}{g}} = 10,65 \text{ s}$

EX n°5 : 1) vrai, Produit Mixte, 2 vects de répétition

2) $(\vec{MA} \wedge \vec{MB}) \cdot \vec{AB} = 0$ vrai aussi $\vec{AB} = \vec{AP} + \vec{PB}$

On trouve $(\vec{PA} \wedge \vec{PB}) \cdot \vec{AP} + (\vec{PA} \wedge \vec{PB}) \cdot \vec{PB} = 0$

3) $\vec{MA} \wedge \vec{PB} = \vec{0}$ $MA \parallel PB$  impossible
M, A et B alignés $P \in (AB)$ vrai

4) $\vec{MA} \wedge \vec{AB} = \vec{0}$ idem M, A, B alignés $M \in (AB)$ vrai

5) $\vec{MA} \wedge \vec{AB} \neq \vec{0}$ et $P \in (AB)$ faux (contradiction avec 4)

EX n°6 : a) $M(\vec{AB}/O') = \vec{O'A} \wedge \vec{AB} = (\vec{O'O} + \vec{OA}) \wedge \vec{AB}$
 $= \vec{O'O} \wedge \vec{AB} + \vec{OA} \wedge \vec{AB} = \vec{M}(\vec{AB}/O') + \vec{O'O} \wedge \vec{AB}$

b) $M(\vec{AB}/O) = \vec{M}(\vec{AB}/O') \cdot \vec{u}$
 $= [\vec{M}(\vec{AB}/O') + \vec{O'O} \wedge \vec{AB}] \cdot \vec{u}$
 $= \vec{M}(\vec{AB}/O') \cdot \vec{u} + \underbrace{(\vec{O'O} \wedge \vec{AB}) \cdot \vec{u}}_T$

Si $O' \in \Delta$ alors $T = 0$

donc indépendance du pt choisi sur l'axe



ETUSUP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Diapo
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..